

COURS.

I- Définition.

1°) Généralités.

Soit **a** un nombre réel donné fixe.

La **fonction linéaire** f de coefficient **a** est la fonction qui, à un nombre, associe **le produit de ce nombre par a**.

On note : $f: x \mapsto ax$. ou $f(x) = ax$.

Pour calculer l'image d'un nombre, on le **multiplie par a**.

Une fonction linéaire modélise une **situation de proportionnalité**. Son coefficient est le coefficient de proportionnalité.

2°) Exemple.

La fonction $f: x \mapsto -3x$ est une fonction linéaire.

Le coefficient de cette fonction est - 3.

L'image de 2 est - 6. car $f(2) = -3 \times 2 = -6$.

L'image de - 1,5 est 4,5 car $f(-1,5) = -3 \times (-1,5) = 4,5$.

L'antécédent de - 9 est 3 car $-3x = -9$
 $x = \frac{-9}{-3} = 3$.

L'antécédent de 12,6 est - 4,2 car $-3x = 12,6$
 $x = \frac{12,6}{-3} = -4,2$.

3°) Propriétés

soit **f** une fonction linéaire de coefficient **a** alors on a toujours

P1 $f(0) = 0 ; f(1) = a$

P2 $f(x)/x = a$

P3 $f(k.x) = k.f(x)$

P4 $f(x_1+x_2) = f(x_1) + f(x_2)$

II- Représentation graphique d'une fonction linéaire.

La représentation d'une fonction linéaire est **une droite passant par l'origine** du repère.

Rem. : * Si $f: x \mapsto ax$ alors, quelque soit la valeur de **a**, $f(0) = a \times 0 = 0$.

Donc quelque soit le a, la représentation graphique d'une fonction linéaire passe bien par l'origine.

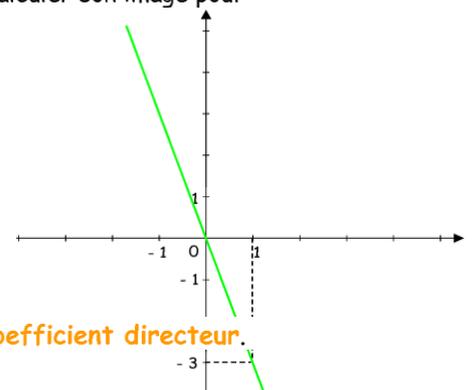
* Pour pouvoir tracer une droite, il faut connaître au moins 2 points de celle-ci.

Or on sait déjà que le point $O(0 ; 0)$ appartient à cette droite.

Il suffit donc de choisir (comme on veut) une autre valeur de x et de calculer son image pour pouvoir tracer la droite.

exp. : Reprenons la fonction linéaire $f: x \mapsto -3x$.

x	0	1
y	0	$f(1) = -3$



Pour la droite qui représente une fonction linéaire, le coefficient est appelé **coefficient directeur**.

Remarque : si $a=0$ alors $f(x)=0$ d'où sa représentation graphique est l'axe des abscisses

III- Déterminer une fonction linéaire.

1°/ Déterminer une fonction linéaire connaissant un nombre et son image

Déterminer une fonction linéaire ,c'est déterminer son coefficient

Soit f une fonction linéaire définie par $f(x) = ax$.

Soit $f(x_1)$ l'image de x_1 par f tel que $x_1 \neq 0$

Le coefficient a est égal à

$$a = \frac{f(x_1)}{x_1} = \frac{\text{image de } x_1}{x_1}$$



Déterminer une fonction linéaire c'est **déterminer son coefficient**.

exp. : Déterminer la fonction linéaire g qui, à 12, associe l'image 44.

rép. : g est une fonction linéaire donc on cherche a pour que $g(x) = ax$.

Pour calculer a , on sait que $g(12) = a \times 12$

et que $g(12) = 44$.

D'où $a \times 12 = 44$

$$a = \frac{44}{12} = \frac{11}{3}$$

Donc la fonction est $g: x \mapsto \frac{11}{3}x$.

2°/ Déterminer une fonction linéaire à partir de sa représentation graphique

Exp : déterminer la fonction linéaire f qui est représentée par la droite (d) ci-dessous

Rép : On cherche le coefficient de la fonction linéaire $f : x \mapsto ax$

Le point $A(4 ; 2)$ appartient à la droite (d) signifie $f(4) = 2$

Donc $4a=2$ Signifie $a = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ d'où $f(x) = \frac{1}{2} \cdot x$

